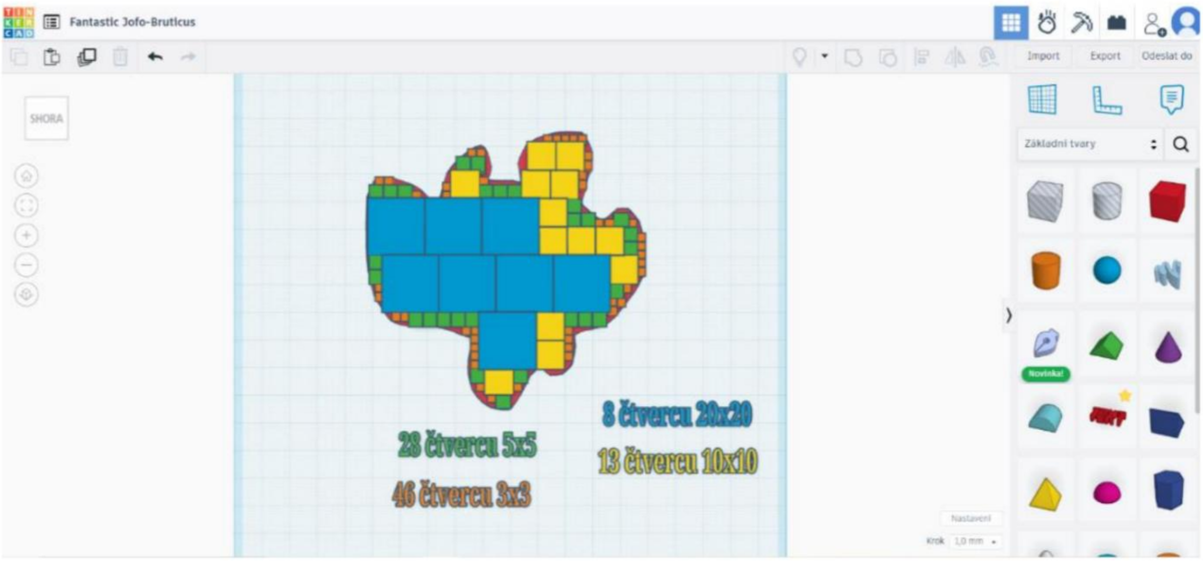
Rozvoj digitálních kompetencí žáků v předmětu matematika

Jakub Pinkr



9 Tvorba úloh rozvíjejících digitální kompetenci

V praktické části této práce se zaměřuji na tvorbu výukových úloh, které vycházejí z konkrétní složky digitální kompetence definované v rámcovém vzdělávacím programu: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce* [2].*“*

Cílem navrhovaných úloh není pouhé začlenění digitálních technologií do výuky, ale jejich smysluplné využití jako nástroje, který žákům i učitelům nabízí reálnou přidanou hodnotu. Vytvářené úlohy mají ukázat žákovi, že technologie mohou zefektivnit výpočty, zpřehlednit práci s daty, automatizovat opakující se úkony, a zároveň podpořit hlubší porozumění matematickým konceptům. V mnoha případech umožňují žákům pracovat samostatněji, reflektovat vlastní postupy a lépe si ověřovat výsledky.

Z hlediska obsahu čerpají úlohy z vybraných tematických celků matematiky na druhém stupni základní školy. V každé úloze se zároveň zaměřuji na to, jak konkrétním způsobem naplňuje danou digitální kompetenci, zda má přesah do oblasti informatiky, jaké části RVP ZV (vzdělávací oblast Matematika) podporuje a jaké možnosti nabízí pro diferenciaci nebo modifikaci výuky.

V dalších podkapitolách proto představuji jednotlivé úlohy s ohledem na jejich cíle, průběh, využité nástroje a didaktické možnosti.

9.1 Příklad č.1 – Buffonova jehla

9.1.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají digitální technologie jako nástroj k efektivnímu záznamu, vyhodnocování a sdílení dat z experimentu. Namísto ručního výpočtu po každém hodu si vytvářejí tabulku v tabulkovém editoru, kde pomocí jednoduchého vzorce (funkce COUNTIF) automaticky počítají hodnotu π na základě aktuálních výsledků. Tento přístup výrazně zjednodušuje práci, zamezuje chybám a umožňuje žákům soustředit se na analýzu výsledků místo na manuální výpočty. Kromě toho žáci využívají digitální prostředí ke sdílení svých dat ve společné tabulce, čímž dochází k hromadnému zpracování dat a zpřesnění výsledků.

Práce s tabulkovým editorem zde umožňuje automatizaci rutinní činnosti (výpočty po každém hodu), zefektivnění záznamu dat, snazší vizualizaci vývoje odhadu hodnoty π a zároveň zvýšení přesnosti výsledků díky digitálním funkcím a sdílení. Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní digitální kompetenci: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce.“*

Další konkrétní podbody digitálních kompetencí, které úloha rozvíjí:

- využívá digitální technologie v navrženém postupu, kterým řeší vybrané problémy,
- potřebné informace získává z různých digitálních zdrojů na základě vlastních kritérií pro vyhledávání; získané informace posuzuje z hlediska souladu s již známými a na základě věrohodnosti příslušného zdroje,
- využívá digitální technologie ke sdílení dat, informací a obsahu s vybranými lidmi a k týmové práci,
- vytváří a upravuje digitální obsah, v případě potřeby je schopen jeden digitální formát doplnit či rozšířit jiným formátem.

Z hlediska informatiky žák využívá tabulkový editor k zaznamenávání, vyhodnocování a sdílení dat, přičemž aktivně pracuje se souborem údajů, které zpracovává pomocí základních funkcí a vzorců. Tímto způsobem rozvíjí dovednosti spojené s analýzou dat a praktickou aplikací digitálních nástrojů v reálném kontextu a zároveň rozvíjí i zmíněnou digitální kompetenci.

9.1.2 Zadání

Buffonova jehla je slavná matematická úloha, kterou v roce 1777 vymyslel francouzský matematik Georges Louis Leclerc de Buffon [18].

Úloha zní takto:

Na podlaze je velký list papíru, který je rozdělený rovnoběžnými linkami. Vzdálenost mezi všemi linkami je stejná. Na tento papír se libovolným způsobem hází jehla, jejíž délka je rovna vzdálenosti mezi linkami. Jaká je pravděpodobnost, že jehla po dopadu bude ležet tak, že protne některou z linek [18]?

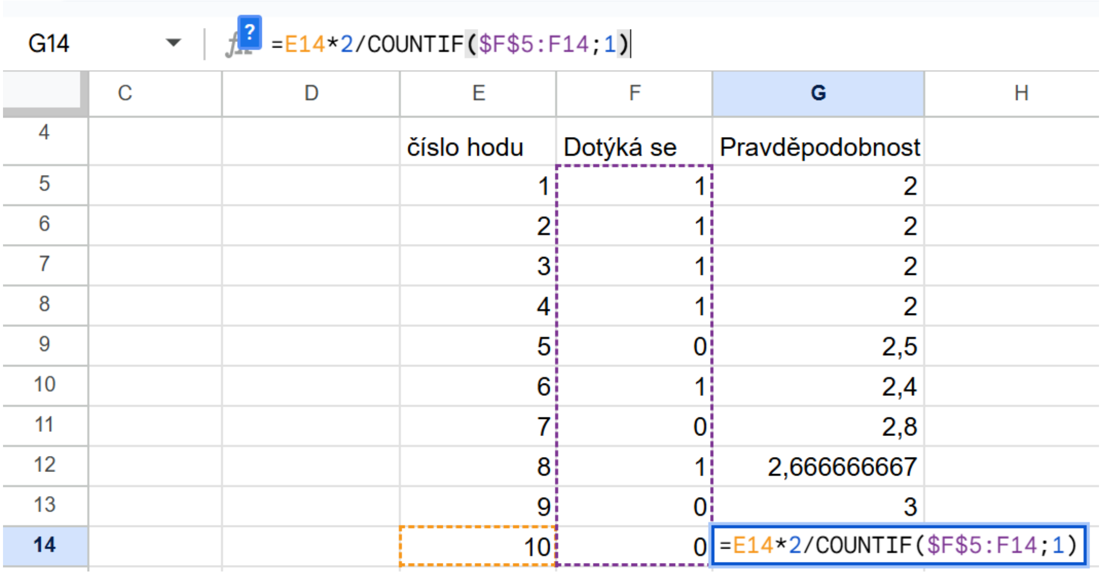
Vaším úkolem je:

1. Vyhledat, jaká je teoretická pravděpodobnost, že jehla protne linku. (Můžete použít internet.)
2. Na list papíru si narýsujte rovnoběžné linky, které budou od sebe vzdáleny stejně jako délka jehly.

3. Proveďte 30 hodů jehlou a výsledky zapisujte do tabulky, která bude mít tyto tři sloupce:
    - Pořadové číslo hodu
    - Výsledek hodu: zapište „1“, pokud se jehla dotýká linky, a „0“, pokud ne.
    - Odhad hodnoty π: průběžně dopočítávejte odhad čísla π podle vztahu vycházejícího z úlohy.
4. Po dokončení pokusů výsledky sdílejte ve společné online tabulce, kterou připravil učitel. V závěru se můžete společně zamyslet nad tím, jak moc se vaše experimentální hodnota π přiblížila skutečné hodnotě a co mohlo ovlivnit výsledek.

9.1.3 Řešení

Žáci si nejprve pomocí dostupných zdrojů (např. internetu) zjistí, že pravděpodobnost, že vhozená jehla protne linku, je rovna 2/π. Z toho vyplývá vztah: $\frac{počet\ dotýkajících\ se}{počet\ všech\ zásahů} = \frac{2}{\pi}$. Po upravení: $\pi = \frac{počet\ všech\ zásahů * 2}{počet\ dotýkajících\ se}$. Dále si vytvoří jeden sloupec s čísly hodu 1-30. a sloupec s výsledky hodu 1/0, třetí je problémový zde žáci musí vytvořit vzorec pro výpočet odhadovaného π. Žáci potřebují spočítat výskyt 1 (záznam o protnutí linky) v souboru dat. K tomu použijí COUNTIF. Obecně by vzorec mohl vypadat takto: „= 2 * počet_hodů / COUNTIF(sloupec;1)“. Konkrétně může vypadat například takto:



G14 =E14*2/COUNTIF($F$5:F14;1)

	C	D	E	F	G	H
4			číslo hodu	Dotýká se	Pravděpodobnost	
5			1	1	2	
6			2	1	2	
7			3	1	2	
8			4	1	2	
9			5	0	2,5	
10			6	1	2,4	
11			7	0	2,8	
12			8	1	2,666666667	
13			9	0	3	
14			10	0	=E14*2/COUNTIF($F$5:F14;1)	

Obrázek č. 7: *Příklad vzorce v tabulkovém editoru*

Následně učitel poskytne žákům předpřipravenou sdílenou tabulku, do které jednotlivé skupiny vloží svá naměřená data. Výsledky se díky většímu souboru dat zpřesní.

1. skupina			2. skupina			3. skupina			4. skupina		
číslo hodu	Dotýká se	Pravděpodobnost	číslo hodu	Dotýká se	Pravděpodobnost	číslo hodu	Dotýká se	Pravděpodobnost	číslo hodu	Dotýká se	Pravděpodobnost
1	1	2	31	0	3,1	61	1	3,128205128	91	1	3,137931034
2	1	2	32	1	3,047619048	62	1	3,1	92	0	3,137931034
3	1	2	33	1	3	63	1	3,073170732	93	1	3,118644068
4	1	2	34	1	2,956521739	64	1	3,047619048	94	0	3,152542373
5	0	2,5	35	1	2,916666667	65	1	3,023255814	95	0	3,186440678
6	1	2,4	36	0	3	66	1	3	96	1	3,166666667
7	0	2,8	37	0	3,083333333	67	0	3,045454545	97	0	3,2
8	1	2,666666667	38	1	3,04	68	0	3,090909091	98	1	3,180327869
9	0	3	39	1	3	69	1	3,066666667	99	1	3,161290323
10	0	3,333333333	40	1	2,962962963	70	1	3,043478261	100	1	3,142857143
11	1	3,142857143	41	0	3,037037037	71	1	3,021276596	101	1	3,125
12	0	3,428571429	42	1	3	72	0	3,063829787	102	1	3,107692308
13	0	3,714285714	43	0	3,071428571	73	0	3,106382979	103	0	3,138461538
14	1	3,5	44	0	3,142857143	74	1	3,083333333	104	1	3,121212121
15	1	3,333333333	45	1	3,103448276	75	0	3,125	105	0	3,151515152
16	1	3,2	46	1	3,066666667	76	1	3,102040816	106	1	3,134328358
17	1	3,090909091	47	0	3,133333333	77	1	3,08	107	0	3,164179104
18	1	3	48	0	3,2	78	0	3,12	108	1	3,147058824
19	0	3,166666667	49	1	3,161290323	79	0	3,16	109	1	3,130434783
20	0	3,333333333	50	1	3,125	80	0	3,2	110	0	3,15942029
21	0	3,5	51	1	3,090909091	81	1	3,176470588	111	1	3,142857143
22	1	3,384615385	52	1	3,058823529	82	0	3,215686275	112	1	3,126760563

Obrázek č. 8: *Příklad výsledné tabulky v tabulkovém editoru*

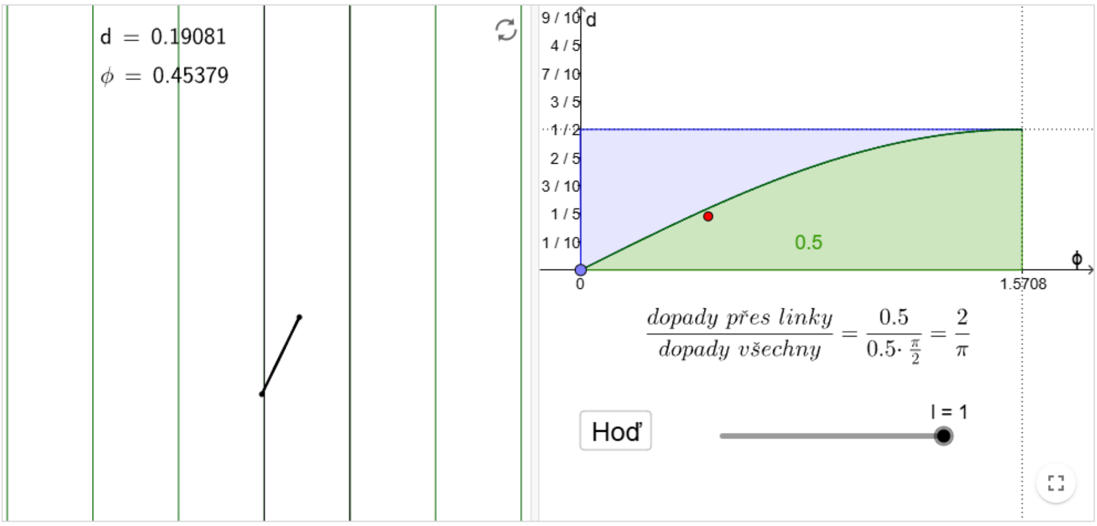
Na konci tabulky lze vložit průměrnou hodnotu všech výpočtů π v daném sloupci, abychom viděli, jak se s rostoucím počtem hodů přibližujeme skutečné hodnotě.

23	1	3,285714286	53	1	3,028571429	83	1	3,192307692	113	1	3,111111111
24	1	3,2	54	0	3,085714286	84	0	3,230769231	114	0	3,138888889
25	1	3,125	55	1	3,055555556	85	1	3,20754717	115	1	3,123287671
26	1	3,058823529	56	0	3,111111111	86	1	3,185185185	116	1	3,108108108
27	0	3,176470588	57	0	3,166666667	87	1	3,163636364	117	0	3,135135135
28	1	3,111111111	58	1	3,135135135	88	0	3,2	118	1	3,12
29	1	3,052631579	59	1	3,105263158	89	1	3,178571429	119	1	3,105263158
30	1	3	60	0	3,157894737	90	1	3,157894737	120	0	3,131578947
Průměr		2,98347744	Průměr		3,071460327	Průměr		3,119623049	Průměr		3,140230813

Obrázek č. 9: *Průměry hodnot ve výsledné tabulce*

9.1.4 Modifikace a doporučení

Pokud studenti z jakýchkoliv důvodů nemohou pracovat s jehlou a papírem je možné pracovat s apletem v Geogebře. Jako příklad uvádím aplet (Obrázek č. 10), který vytvořil Mgr. Roman Hašek, Ph.D. z Jihočeské univerzity.



Obrázek č. 10: *Aplet Buffonovi jehly*

Vzhledem k tomu že úloha pracuje s pravděpodobností náhodného pokusu chceme zajistit co nejvíce pokusů měření. Můžeme tedy žáky rozdělovat do jednotlivých skupin rozumného počtu abychom měli více výsledků měření, případně měnit i počet měření, které udělá každá skupina.

9.1.5 Pedagogická poznámka

Zadání úlohy doporučuji s žáky projít a ověřit si, zda všemu rozumí, je totiž žádoucí, aby pracovali co nejvíce sami a aby odpovědi na své dotazy hledali spíše na internetu než z dotazů u učitele. Je na nás, zda žákům přineseme pomůcky ve formě papírů, jehel a pravítek, či si je žáci přinesou sami, případně využijeme apletů na internetu. Žáci pracují s pravděpodobností náhodného pokusu, že jehla dopadne na linku. Je tedy vhodné si rozmyslet, zda žáky necháme přijít na výpočet pravděpodobnosti (Dotýká se/počet všech pokusů) nebo ho provedeme v rámci nějaké diskuse. O tom by měl rozhodnout učitel v rámci třídy, ve které úlohu použije a vědomostí, které žáci již mají. Problematikou může být u výběru oblasti ve funkci COUNTIF kde žáci musejí použit značku dolaru, aby se jim oblast vybraných dat posouvala správně. I na toto může učitel upozornit.

Jak jsem již výše zmiňoval je vhodné mít co nejvíce pokusů. Doporučuji tedy, aby žáci nejdříve pracovali s vlastní tabulkou, aby si přišli na vytvoření funkce, která spočte π na základě předchozích pokusů a až následně učitel vytvoří sdílený dokument kam žáci postupně nakopírují své vytvořené tabulky.

Je žádoucí, aby proběhla vzájemná reflexe, kdy si žáci společně s učitelem projdou data. Zhodnotí, jak jejich experiment probíhal, jak se jejich naměřená a vypočtená data blíží k π. Učitel také může zopakovat a shrnout co žáci dělali a s čím pracovali a jaké aparáty z matematiky a informatiky v řešení svého problému využili.

9.1.6 Výstupy z matematiky

Žáci řeší konkrétní zadaný problém s využitím zlomků, upravují rovnici složenou ze zlomků a vyjadřují vztah pro výpočet neznámé v kontextu reálné situace. Dále pracují s desetinnými čísly. Konstruují rovnoběžky navzájem od sebe stejně vzdálené. Dále vypočítá a interpretuje soubor naměřených dat.

Konkrétně:

- MAT-MAT-001-ZV9-001 Řeší problémy se zlomky v kontextu reálných situací.

- MAT-MAT-001-ZV9-003 Využívá k řešení problémů desetinná čísla, procenta, mocniny a odmocniny v kontextu reálných situací.
- MAT-MAT-003-ZV9-009 Konstruuje množiny bodů daných vlastností.
- MAT-MAT-004-ZV9-012 Vypočítá a interpretuje základní charakteristiky souboru dat.
- MAT-MAT-005-ZV9-018 Řeší reálné problémy pomocí rovnic a nerovnic.

9.1.7 Ověření v praxi

Tuto úlohu jsem realizoval s žáky 8. třídy, kteří pracovali ve dvojicích. V první části úlohy žáci nejprve kreslili rovnoběžky na papíry formátu A4 a následně na ně házeli jehlu. V tomto úseku pracovali různými způsoby, někteří se snažili házet jehlu ze stejné výšky a pod stejným úhlem, jiní házeli zcela nahodile, aniž by se nad způsobem přemýšleli.

Některé dvojice si práci rozdělily tak, že jeden žák házel a druhý zapisoval výsledky přímo do počítače, jiné dvojice se v těchto rolích střídaly. Po provedení 30 hodů se žáci snažili vytvořit vzorec pro výpočet hodnoty π, což pro většinu představovalo nejnáročnější část úlohy. Problémem bylo především pochopení, že chceme vypočítat pravděpodobnost průběžně, tedy v každém kroku v závislosti na počtu dosavadních hodů.

Další komplikací bylo správné použití znaku „$" ve vzorci, který je v tabulkovém editoru nezbytný k zafixování oblasti. Po této části už probíhalo kopírování výsledků do sdílené tabulky bez větších potíží.

Vtipný a současně velmi motivující moment nastal, když jsem žákům zadal doplňkový úkol: spočítat průměrnou hodnotu π z jejich 30 měření. Jakmile si začali porovnávat výsledky mezi sebou, vznikla přirozená soutěživost a řada žáků se rozhodla pokračovat v házení jehly a rozšiřovat svůj počet pokusů.

Na závěr jsme společně vedli krátkou reflexi. Žáci sdíleli své postřehy, hodnotili průběh práce a diskutovali o tom, co vše mohlo ovlivnit naměřené výsledky.

9.2 Příklad č.2 – Lineární rovnice

9.2.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají digitální technologie a základní dovednosti programování k vytvoření nástroje, který jim umožní automatizovat a urychlit řešení lineárních rovnic. Namísto opakovaného manuálního výpočtu si žáci sami navrhnou a vytvoří jednoduchou kalkulačku, která jim umožní okamžitě získat výsledek pro zadané hodnoty. Tento nástroj jim slouží jako efektivní prostředek k ověřování výpočtů, snižuje chybovost a zároveň šetří čas při rutinních postupech.

Zásadním přínosem je i to, že si žáci nástroj sami vytvoří, a tedy rozumí jeho funkci. Díky tomu jej mohou snadno upravit podle vlastních potřeb (např. změnit typ rovnice nebo upravit vstupy/výstupy), čímž se odlišují od běžných online kalkulaček. Úloha tak rozvíjí nejen technické dovednosti, ale i schopnost vytvářet digitální nástroje na míru konkrétním úlohám, což vede k hlubšímu porozumění učivu i digitálnímu prostředí.

Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní digitální kompetenci: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce."*

Další konkrétní podbody digitálních kompetencí, které úloha rozvíjí:

- navrhuje různé postupy k řešení vybraných problémů pomocí digitálních technologií,
- vytváří a upravuje digitální obsah, v případě potřeby je schopen jeden digitální formát doplnit či rozšířit jiným formátem,
- na základě vlastních kritérií pro vyhledávání získává potřebné informace z doporučených zdrojů.

Z hlediska informatiky žák aplikuje základní programátorské principy v blokovém prostředí (Scratch), pracuje s proměnnými, vstupními daty a výstupy, a vytváří jednoduchý funkční algoritmus pro řešení rovnice.

9.2.2 Zadání

Navrhněte a vytvořte jednoduchý program, který na základě zadaných hodnot koeficientů a, b, c z lineární rovnice ve tvaru ax + b = c vypočítá neznámou x.

- Program by měl být uživatelsky přívětivý: umožněte uživateli zadat hodnoty a, b a c, a zobrazte výsledek výpočtu.
- Pokud si nevíte rady, využijte internetové zdroje: zkuste najít řešení podobného problému, nebo si projděte již vytvořené programy v podobném duchu.

Na závěr si promyslete:

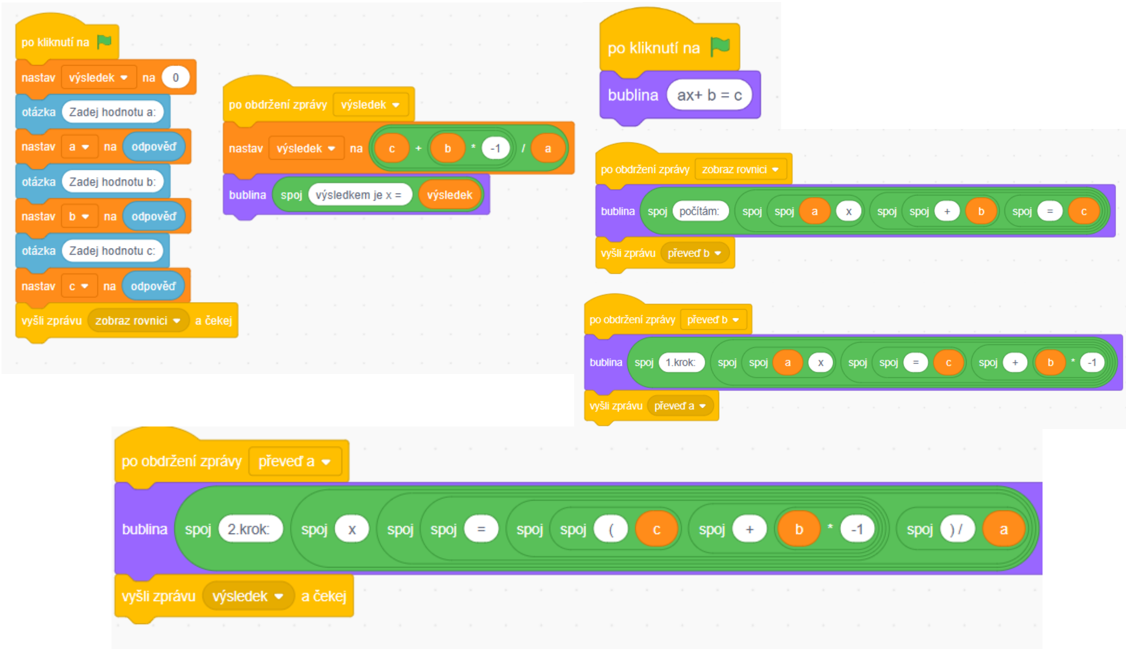
- K čemu může být taková kalkulačka užitečná?

- Co byste mohli na programu dále vylepšit nebo přidat?

9.2.3 Řešení

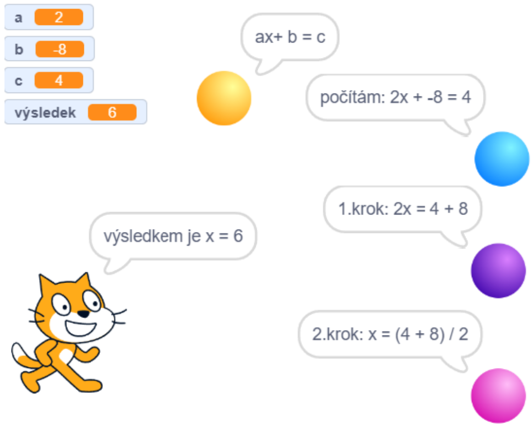
Uvádím řešení, jehož funkčnost žákům ukazuji jako motivaci. V mém případě program postupně ukazuje, jak příklad počítá. Po žácích nám stačí, aby program vypsal správný výsledek. Pro rychlejší studenty můžeme příklad modifikovat.

Nejdříve chceme po uživateli, aby zadal vstupní hodnoty a, b, c, které si náš program uloží do proměnných (Obrázek č. 11). Poté na základě zadaných hodnot budeme



Obrázek č. 11: *Příklad kódu programu na výpočet lineární rovnice*

provádět výpočet. Nejdříve převedeme b na druhou stranu rovnice a změníme znaménko (Obrázek č. 11), dále převedeme na druhou stranu rovnice a kterým po převedení na druhou stranu dělíme (Obrázek č. 11), nakonec zobrazíme výsledek. Řešení nemusí být tvořeno takto postupně jako na obrázcích které uvádím. Žáci většinou jednotlivé kroky budou dělat najednou. Já uvádím postupnější cestu která zobrazí postupný výpočet.(Obrázek č. 12)



Obrázek č. 12: *Grafický výstup programu na výpočet lineární rovnice*

K řešení můžeme dospět různými způsoby. Nicméně chceme žáky vést k tomu, aby řešení bylo přehledné a pochopitelné i pro ostatní uživatele.

9.2.4 Modifikace a doporučení

Zadání je možné modifikovat za účelem změnit jeho náročnost a zároveň se snahou motivovat žáky k porozumění kódu. Žáci mohou totiž kód programu i převzít od někoho jiného viz. pedagogická poznámka. Můžeme například po žácích chtít, aby program spočetl jinak zadanou lineární rovnici například $ax + b = 0$ nebo $a/x = b$.

9.2.5 Pedagogická poznámka

Vytvoření takového programu může být pro žáky náročné. Na druhou stranu ve Scarchy žáci mohou prozkoumávat i cizí projekty, mohou si tedy najít již hotový projekt a pracovat s ním, pak je ale na učiteli, aby úlohu modifikoval za účelem, aby žáci převzatý kód pochopili a upravily si ho a né jen opsali. Je tedy na učiteli, aby zhodnotil, jak je jeho třída zralá na řešení takového problému. Případně část kódu můžeme dát žákům připravenou a žáci budou kód jen doplňovat nebo upravovat.

9.2.6 Výstupy z matematiky

Žák v úloze rozebírá postup výpočtu lineární rovnice. Prohlubuje si znalosti této problematiky a rozebírá jednotlivé možnosti řešení. Dále pracuje v kontextu rovnic s početními operacemi s celými a desetinnými čísly.

Konkrétně:

- MAT-MAT-001-ZV9-003Využívá k řešení problémů desetinná čísla, procenta, mocniny a odmocniny v kontextu reálných situací.
- MAT-MAT-005-ZV9-018 Řeší reálné problémy pomocí rovnic a nerovnic.

9.2.7 Ověření v praxi

Tuto úlohu jsem realizoval v 8. třídě, kde jsme zatím s žáky neprobírali práci s proměnnými v programování. Úlohu jsem proto využil i jako úvod do nové látky. Na začátku hodiny jsem věnoval krátký čas vysvětlení pojmu proměnná a objasnil, k čemu se v programování využívá.

Následně jsem žákům představil samotné zadání, přičemž jsem záměrně začal jednodušší variantou rovnice ve tvaru $ax + b = 0$. Vzhledem k tomu, že úloha byla postavená primárně na programování, nesla se celá hodina v tomto duchu. Žáci pracovali ve dvojicích, přičemž každá skupina pracovala vlastním tempem.

Některé dvojice postupovaly velmi rychle. Po vyřešení základní verze rovnice samostatně přešly ke složitější variantě $ax + b = c$, kterou jsem jim dále individuálně modifikoval. Naopak jiné skupiny zvládly pouze základní úlohu, což odpovídalo jejich aktuální úrovni.

Z matematického hlediska nebyl samotný výpočet rovnice pro většinu žáků náročný. Zajímavé však bylo sledovat, jak se lišily strategie řešení. Například při převodu proměnné b na druhou stranu rovnice jej některé skupiny jednoduše odečetly, zatímco jiné jej násobily -1 a až poté přičítaly. Tyto rozdíly ukazovaly, jak různě žáci uchopili a pochopili matematické postupy, s nimiž už dříve pracovali.

9.3 Příklad č.3 – Obsah kruhu pomocí n-úhelníku

9.3.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají digitální technologie, konkrétně tabulkový editor, k efektivnímu výpočtu a porovnávání obsahů n-úhelníků vepsaných do kružnice. Místo ručního a opakovaného počítání každého obsahu si vytvářejí univerzální vzorec, který pomocí funkce kopírování a vzorců v editoru aplikují na celý soubor dat. Díky tomu mohou sledovat, jak se s rostoucím počtem vrcholů n-úhelníku přibližuje jeho obsah k obsahu kruhu. Tato aktivita umožňuje automatizovat opakující se výpočty, zjednodušit práci, zpřesnit výsledky a současně lépe porozumět matematickému vztahu mezi aproximací a limitem.

Žáci tedy nejen pracují s digitálním nástrojem pro řešení úlohy, ale vytvářejí digitální obsah s konkrétní strukturou, který dále upravují, doplňují o pomocné výpočty, a reflektují jeho funkčnost. Navíc si aktivně ověřují, že digitální nástroje mohou být nejen užitečné, ale i efektivnější alternativou k tradičnímu výpočtu.

Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní složku digitální kompetence: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce.“*

Další rozvíjené podbody digitálních kompetencí:

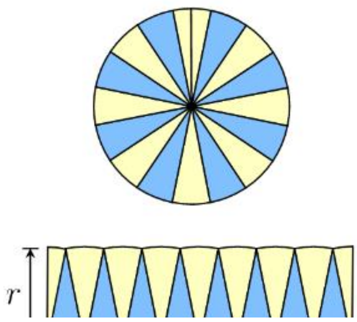
- využívá digitální technologie v navrženém postupu, kterým řeší vybrané problémy,
- vytváří a upravuje digitální obsah, v případě potřeby je schopen jeden digitální formát doplnit či rozšířit jiným formátem,
- potřebné informace získává z různých digitálních zdrojů na základě vlastních kritérií pro vyhledávání; získané informace posuzuje z hlediska souladu s již známými a na základě věrohodnosti příslušného zdroje.

Z hlediska informatiky žák využívá tabulkový editor k tvorbě a úpravě vzorců, pracuje s rozsáhlejším souborem dat a rozvíjí přitom schopnost algoritmického a strukturálního myšlení v kontextu digitálních nástrojů.

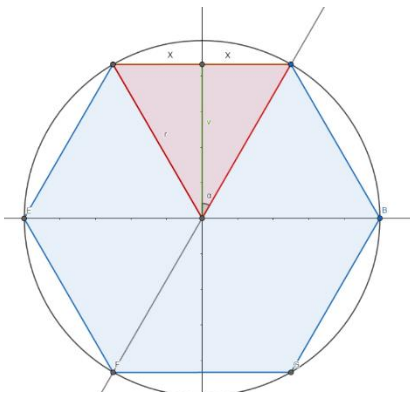
9.3.2 Kontext úlohy

Obsah kruhu běžně počítáme pomocí vzorce $S = \pi * r^2$. Žákům se tento vztah často vysvětluje prostřednictvím rozdělení kruhu na kruhové výseče, které se následně složí do tvaru připomínajícího obdélník (Obrázek č. 13). Jelikož však výseče mají zaoblené strany, výsledný útvar není přesným obdélníkem („je tam něco navíc“).

Podobného efektu můžeme dosáhnout pomocí pravidelných n-úhelníků vepsaných do kruhu. Každý takový mnohoúhelník můžeme rozložit na trojúhelníky s vrcholem ve středu kruhu (Obrázek č. 14). Po jejich složení vznikne tvar blížící se obdélníku, avšak jeho plocha nebude pokrývat celý kruh („něco tam chybí“). Čím více vrcholů bude vepsaný n-úhelník mít, tím přesněji se jeho obsah bude blížit skutečnému obsahu



Obrázek č. 13: *Rozdělení kruhu na kruhové výseče*



Obrázek č. 14: *Pravidelný šestiúhelník vepsaný do kruhu*

kruhu. Tento jev budou žáci zkoumat a ověřovat prostřednictvím tvorby tabulky a výpočtů.

9.3.3 Zadání

Vytvořte tabulku, která bude porovnávat obsah pravidelného n-úhelníku vepsaného do kruhu o poloměru 1 cm s obsahem samotného kruhu.

V tabulce uveďte:

- v 1. sloupci: počet vrcholů vepsaného n-úhelníku (začněte trojúhelníkem, tedy n = 3),
- ve 2. sloupci: obsah tohoto n-úhelníku, který spočítáte podle Vámi odvozeného vzorce,
- ve 3. sloupci: rozdíl mezi obsahem kruhu a obsahem n-úhelníku.

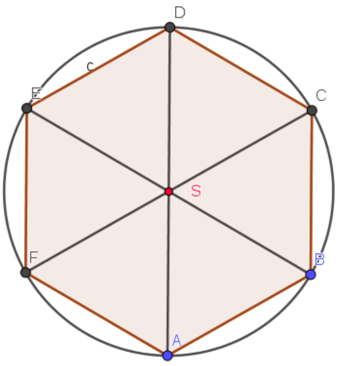
Dále si dle potřeby vytvořte pomocné sloupce pro výpočty dílčích hodnot. Například velikosti úhlů, délek stran nebo obsahu jednotlivých trojúhelníků, z nichž se celý n-úhelník skládá.

Nápověda:

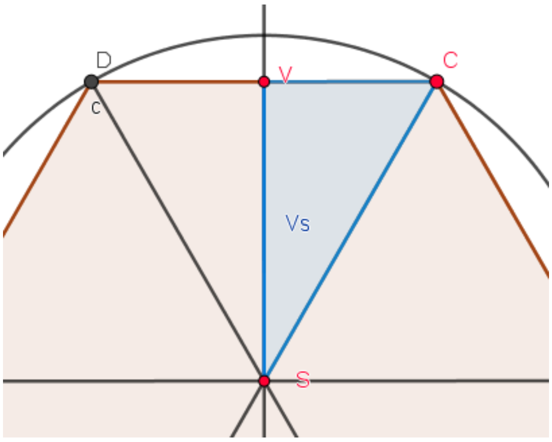
Zamyslete se, zda lze každý vepsaný n-úhelník rozdělit na stejné trojúhelníky s vrcholem ve středu kruhu. Tyto trojúhelníky vám pomohou určit vzorec pro výpočet obsahu celého n-úhelníku.

9.3.4 Řešení

Chceme-li spočítat obsah mnohoúhelníku vepsaného kružnici o poloměru r musíme využít znalosti geometrie. N-úhelník rozdělíme na trojúhelníky s vrcholy dvou sousedících krajních bodů a středu S kružnice. (Obrázek č. 15). Počet těchto trojúhelníků bude roven počtu vrcholů n-úhelníku. Dále budeme pracovat s jedním tímto trojúhelníkem. Víme, že strany SC a SD jsou stejné (= jedná se o poloměr kružnice) a tak můžeme vypočítat jeho obsah S využití výšky pomocí vzorce: $S = |VC| * |VS|$.



Obrázek č. 15: *Rozdělení šestiúhelníku na trojúhelníky*



Obrázek č. 16: *Rozdělení trojúhelníku na dva pravoúhlé trojúhelníky*

Délky stran VC a VS musíme spočítat. Známe stranu SC, která je rovna poloměru kružnice r a dále můžeme spočítat úhel CSV, který je roven polovině úhlu CSD. Jak jsem již zmiňoval v n-úhelníku máme tolik trojúhelníku kolik máme vrcholů výpočet středového úhlu je tedy $\frac{360°}{n}$ v našem případě se tedy úhel CSV rovná $\frac{360°}{2n}$ nazvěme ho α. Obdobně bychom mohli spočítat úhel VCS, který je roven polovině vnitřního úhlu n-úhelníku. Pro vnitřní úhly pravidelného n-úhelníku platí, že jejich velikost je rovna: $180° * \frac{n-2}{2}$ kde n je počet vrcholů. Známe úhel VCS označme jej β. Pokud známe jeden úhel a jednu stranu z pravoúhlého trojúhelníku jsme schopni pomocí goniometrických funkcí spočítat zbývající strany trojúhelníku. A následně spočítat obsah. Příklad výsledné tabulky může vypadat takto:

Obsah kruhu o poloměru 1 cm:	3,141592654

Počet vrcholů n-úhelníku	Obsah n-úhelníku	Rozdíl
3	1,29904	1,842554548
4	2	1,141592654
5	2,37764	0,763951363
6	2,59808	0,543516442
7	2,73641	0,405182465
8	2,82843	0,313165529
9	2,89254	0,24904841
10	2,93893	0,202666392
11	2,97352	0,168068158
12	3	0,141592654
13	3,0207	0,120892035
14	3,03719	0,10440648
15	3,05052	0,091067831
16	3,06147	0,080125195
17	3,07055	0,071038491
18	3,07818	0,063411364
19	3,08464	0,056947696
20	3,09017	0,05142271
21	3,09493	0,046663322
22	3,09906	0,042534528
23	3,10266	0,038929785
24	3,10583	0,035764112
25	3,10862	0,032969064
26	3,1111	0,030489018
27	3,11331	0,028278399
28	3,11529	0,026299578

Pomocná data		
úhel α	Délka strany VC	Délka strany VS
60	0,866025404	0,5
45	0,707106781	0,70711
36	0,587785252	0,80902
30	0,5	0,86603
25,7143	0,433883739	0,90097
22,5	0,382683432	0,92388
20	0,342020143	0,93969
18	0,309016994	0,95106
16,3636	0,281732557	0,95949
15	0,258819045	0,96593
13,8462	0,239315664	0,97094
12,8571	0,222520934	0,97493
12	0,207911691	0,97815
11,25	0,195090322	0,98079
10,5882	0,183749518	0,98297
10	0,173648178	0,98481
9,47368	0,16459459	0,98636
9	0,156434465	0,98769
8,57143	0,149042266	0,98883
8,18182	0,142314838	0,98982
7,82609	0,136166649	0,99069
7,5	0,130526192	0,99144
7,2	0,125333234	0,99211
6,92308	0,12053668	0,99271
6,66667	0,116092914	0,99324
6,42857	0,111964476	0,99371

Obrázek č. 17: *Tabulka jednotlivých výpočtů*

9.3.5 Modifikace a doporučení

Abychom mohli vypočítat obsah musíme udělat několik dílčích kroků jako spočítat úhel v trojúhelníku, spočítat délky stran trojúhelníku. Můžeme tedy rovnou do zadání uvést, aby žáci vytvořili i sloupce úhel α či β a délky jednotlivých stran trojúhelníku. Dále je možné modifikovat poloměr kružnice. Já využívám poloměr 1 cm, protože obsahem kruhu je pak číslo π, které má desetinný rozvoj a je tedy dobře vidět jak se obsah n-úhelníků postupně blíží k π. Nebo si můžeme stanovit poloměr tak, aby se obsah rovnal celému číslu například obsah kruhu rovný 10 cm² má poloměr $r = 1{,}784124116$ cm.

9.3.6 Pedagogická poznámka

V této úloze také záleží na rozhodnutí učitele, zda přednese kontext úlohy a její zadání a nechá žáky samostatně pracovat a vymyslet vše s případnými radami nebo společně s žáky probere postup, jak pracovat a následně žáky nechá jen pracovat s tabulkami. Pokud budeme s žáky procházet postup (n-úhelník rozdělíme na trojúhelníky, trojúhelník rozdělíme na výškou napůl apod.) tak vždy chceme, nechat žáky přemýšlet, aby s nápadem přišli sami a všechny údaje říkáme obecně. Tzn. Neříkáme žákům, jak spočtou obsah trojúhelníku, jak spočtou vnitřní úhel apod. Buď tyto vzorečky žáci znají, nebo si je vyhledají. Záleží především na tom, zda žáci látku používanou v této úloze již umí, případně ji probírají. V rámci rozvíjení digitálních kompetencí chceme žáky navést na správné řešení, nikoliv jim řešení říkat. Ideální je pokud učitel zvládne motivovat žáky, aby jednotlivé informace vyhledávali na internetu.

9.3.7 Výstupy z matematiky

Žáci v kontextu této úlohy řeší problémy se zlomky a desetinnými čísly. Postupně odhadují obsah kruhu pomocí počítání obsahu vepsaného n-úhelníku. Za tímto účelem využívají metrických vlastností geometrických útvarů, které rozpozná skládáním a rozkládáním tělesa na jednotlivé části. Situaci řeší pomocí rovnic. Pracují s velkým souborem dat, který následně interpretují.
Konkrétně:

- MAT-MAT-001-ZV9-003 Využívá k řešení problémů desetinná čísla, procenta, mocniny a odmocniny v kontextu reálných situací.
- MAT-MAT-002-ZV9-004 Využívá k odhadu, měření a porovnávání nestandardní a standardní jednotky délky, obsahu a objemu.
- MAT-MAT-002-ZV9-005Využívá metrické vlastnosti útvarů k řešení problému v kontextu reálných situací.
- MAT-MAT-003-ZV9-007 Rozpozná geometrické útvary a využívá jejich vlastnosti k řešení problémů.
- MAT-MAT-005-ZV9-017 Modeluje reálné problémy pomocí výrazů, upravuje je a vyhodnocuje.
- MAT-MAT-005-ZV9-018 Řeší reálné problémy pomocí rovnic a nerovnic.

9.3.8 Ověření v praxi

Tuto úlohu jsem realizoval v 9. třídě, kde pracoval každý žák samostatně. Dovolil jsem však žákům se v případě potřeby radit se sousedem. Jelikož jsem si nebyl jistý úrovní jejich matematických znalostí, rozhodl jsem se první část úlohy řešit společně na tabuli.

Po úvodním vysvětlení zadání jsme společně přemýšleli nad tím, jak vypočítat obsah vepsaného n-úhelníku. Žáky jsem vedl k samostatnému uvažování, pouze jsem kreslil a podporoval jejich nápady. Postupně jsme dospěli k závěru, že n-úhelník lze rozdělit na n rovnoramenných trojúhelníků, u nichž lze vypočítat příslušné úhly a následně pomocí goniometrických funkcí i délky stran a obsah každého trojúhelníku, a tím i celého n-úhelníku.

Poté žáci pokračovali samostatnou prací v Excelu, kde vytvářeli tabulku s výpočty. Nejproblematičtější část nastala při práci se sinem a cosinem, protože Excel očekává zadání úhlu v radiánech, nikoliv ve stupních. Všichni žáci původně pracovali se stupni, a když si začali všímat nesprávných výsledků, navedl jsem je otázkou, zda už slyšeli o radiánech, a upozornil je, že právě s nimi Excel běžně počítá.

Doplnil jsem, aby si sami vyhledali, jak Excel pracuje s funkcemi sin a cos. Tato nápověda jim stačila a následně si žáci potřebné informace dohledali a chybu opravili. Po této fázi již při řešení úlohy nenarazili na žádné větší potíže a úlohu úspěšně dokončili.

9.4 Příklad č.4 – Nejkratší cesta

9.4.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají digitální technologie, konkrétně aplikace online map, k efektivnímu plánování trasy podle zadaných kritérií. Úloha ukazuje, jak technologie umožňují rychle porovnat různé možnosti, najít optimální řešení a zároveň poskytnout uživateli detailní informace, které by při manuálním plánování vyžadovaly výrazně více času a úsilí. Žáci si v přímém srovnání s modelovým grafem uvědomují, že digitální nástroje zjednodušují práci, automatizují výpočty i porovnávání tras a poskytují přesnější výstupy.

Žáci si nejen usnadňují práci a zefektivňují řešení problému, ale také si uvědomují, jaké digitální nástroje mohou v konkrétní situaci použít, a proč je jejich využití výhodné.

Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní digitální kompetenci: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce.“*

Další rozvíjené podbody digitálních kompetencí:

- pro školní práci a plánování svého času využívá digitální technologie, kombinuje je a samostatně rozhoduje, které pro jakou činnost či řešený problém použít,

- potřebné informace získává z různých digitálních zdrojů na základě vlastních kritérií pro vyhledávání; získané informace posuzuje z hlediska souladu s již známými a na základě věrohodnosti příslušného zdroje,
- pozměňuje obsah, který vytvořil někdo jiný, propojuje jej s cílem vytvořit obsah nový,
- na příkladech z okolí ukazuje, jak digitální technologie zlepšují život.

Z hlediska informatiky žáci modelují reálnou situaci pomocí ohodnoceného grafu, který dále analyzují, interpretují a srovnávají s digitálním řešením v mapových aplikacích. Pracují tak s daty v kontextu reálného světa a propojují informatické myšlení s praktickým využitím digitálních nástrojů.

9.4.2 Kontext úlohy

V této úloze si žáci prakticky vyzkouší modelování reálné situace pomocí grafu. Seznámí se s tvorbou ohodnoceného grafu, ve kterém hrany znázorňují vzdálenosti mezi jednotlivými městy. Tato aktivita rozvíjí prostorovou představivost, práci s daty a schopnost hledat optimální řešení (například nejkratší cestu).

Žáci budou pracovat s obrázkem mapy České republiky, který si otevřou v libovolném grafickém editoru (např. Malování, Canva). Na mapě vyznačí zadaná města jako body a spojí je úsečkami, které budou znázorňovat silniční vzdálenosti mezi městy na základě údajů z Google Maps (stav k 25. 2. 2025).

Po sestavení grafu budou žáci řešit konkrétní úkoly spojené s hledáním nejkratších tras mezi vybranými městy. Výsledky své práce porovnají s výstupem z online map (např. Mapy.cz nebo Google Maps), které jim zároveň poslouží k výpočtu průměrné rychlosti a odhadu doby příjezdu do cíle.

9.4.3 Zadání

1. Do zvoleného obrázkového editoru vlož mapu České republiky.
2. Na mapě vyznač následující města jako body: Praha, Brno, Plzeň, České Bu-

Obrázek č. 18: *Obrys mapy ČR.*

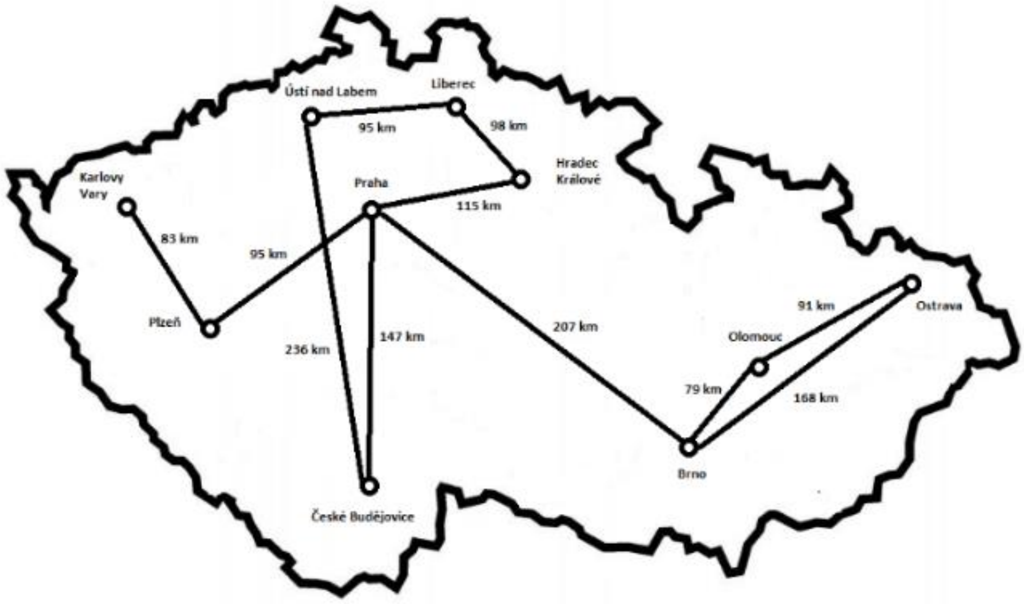
dějovice, Hradec Králové, Olomouc, Ostrava, Ústí nad Labem, Liberec, Karlovy Vary.
3. Spoj města úsečkami, které budou reprezentovat vzdálenosti po silnici a vyznač jejich délku (údaje vycházejí z Google Maps k 25. 2. 2025):
   - Praha – Brno: 207 km
   - Praha – Plzeň: 95 km
   - Praha – České Budějovice: 147 km
   - Praha – Hradec Králové: 115 km
   - Brno – Olomouc: 79 km
   - Brno – Ostrava: 168 km
   - Plzeň – Karlovy Vary: 83 km
   - České Budějovice – Ústí nad Labem: 236 km
   - Hradec Králové – Liberec: 98 km
   - Olomouc – Ostrava: 91 km
   - Ústí nad Labem – Liberec: 95 km
4. Najdi nejkratší cestu z Českých Budějovic do Ostravy, přičemž se musíš zastavit v Liberci. Vypiš všechna města, kterými jsi projel a celkovou délku trasy (můžeš využít pouze města z výše uvedeného seznamu).
5. Zadej trasu z bodu 4 do online mapy (např. Google Maps) a porovnej její celkovou délku s výsledkem z tvého grafu.
6. Vypočítej, jaká průměrná rychlost je nutná pro překonání trasy za čas, který ti ukázala online mapa.
7. Petr vyjíždí z Českých Budějovic do Ostravy v 9:00. Cestou:

- až do Brna jede průměrnou rychlostí 100 km/h,
- z Brna do Ostravy pak pokračuje rychlostí 84 km/h.

Za předpokladu, že jede stejnou trasou jako v úkolu 4, v kolik hodin dorazí do Ostravy?

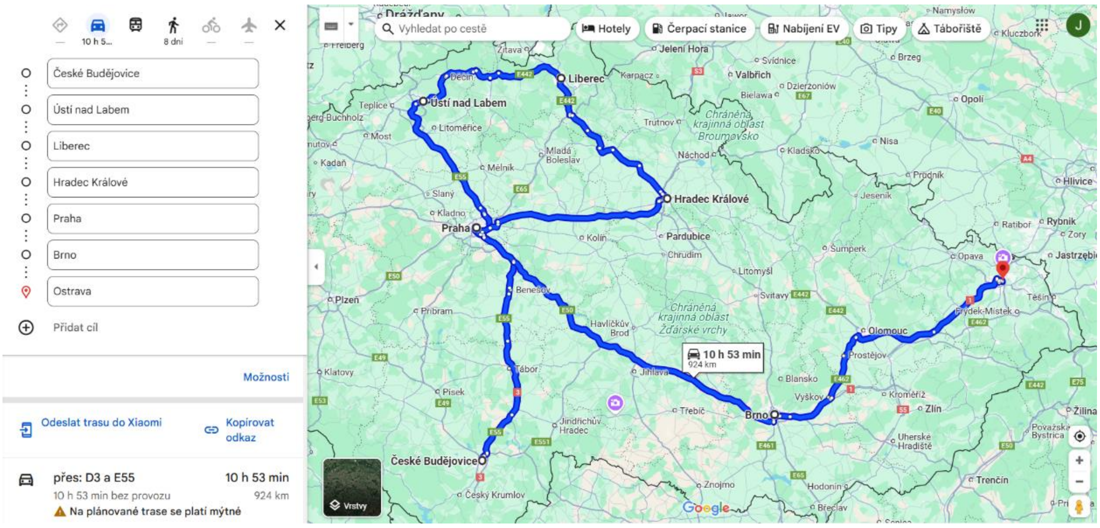
9.4.4 Řešení

Žáci vytvoří v obrázkovém editoru ohodnocený graf (Obrázek č. 19). Pomocí něj vyřeší nejkratší cestu z Českých Budějovic do Ostravy se zastávkou v Liberci. Cesta půjde městy: České Budějovice, Ústí nad Labem, Liberec, Hradec Králové, Praha, Brno, Ostrava. Sečteme jednotlivé délky: $236 + 95 + 98 + 115 + 207 + 168 = 919$. Celkem cesta bude dlouhá 919 km.



Obrázek č. 19: *Ohodnocený graf jednotlivých tras*

Po zadání trasy do google maps nám trasa vyšla 924 km (Obrázek č. 20), což téměř odpovídá našemu výpočtu.



Obrázek č. 20: *Výsledná trasa zobrazená pomocí Google maps*

Dle map ujedeme 924 km za 10 hodin a 53 minut. Po převedení času na hodiny ujedeme 924 km za $10{,}88\overline{3}$ hodin. $924 / 10{,}88\overline{3} = 84{,}90045$, po zaokrouhlení nám vyjde že mapy odhadují, že pojedeme průměrnou rychlostí 85 km/h.

V poslední úloze předpokládáme cestu do Brna $(236 + 95 + 98 + 115 + 207 = 751)$ dlouhou 751 km a rychlost 100 km/h. Tedy cesta do Brna trvá cca 7 hodin a 30 minut. Dále cestu z Brna do Ostravy dlouhou 168 km s rychlostí 84 km/h což odpovídá 2 hodinám. Petr tedy dorazí do Ostravy zhruba v 18:30.

9.4.5 Modifikace a doporučení

V úloze lze libovolně modifikovat zadání, která města mají žáci projet, ve kterých začít apod. Můžeme, ale také žáky nechat více pracovat s mapou. Zadáme jim například zadat jen města a cesty bez vzdálenosti v km a žáci budou muset sami nalézt pomoci mapy nejkratší cestu (případně nejrychlejší). Můžeme například zmínit, že žáci nesmí využít dálnice. Dále chceme využít co nejvíce příkladů s časem. Výpočty průměrných rychlostí časových údajů založených na konkrétních situacích.

9.4.6 Pedagogická poznámka

Trasy na online mapách se často mění v závislosti na uzavřených silnicích a dle provozu. Je tedy možné, že nám v jiný den a v jinou hodinu budou ukazovat jiné výsledky co se týče času a vzdálenosti. Je vhodné s tím počítat a diskutovat o tom s žáky a vhodně volit časové údaje.

9.4.7 Výstupy z matematiky

Žáci v úloze při řešení problému využívají celá a desetinná čísla v kontextu reálné situace. Dále pracují s časovými údaji konkrétně při výpočtech průměrných rychlostí a doby, za kterou urazí danou vzdálenost. Dále interpretují graficky znázorněná data.

Konkrétně:

- MAT-MAT-001-ZV9-003 Využívá k řešení problémů desetinná čísla, procenta, mocniny a odmoc-niny v kontextu reálných situací.
- MAT-MAT-002-ZV9-004 Využívá k odhadu, měření a porovnávání nestandardní a standardní jed-notky délky, obsahu a objemu.
- MAT-MAT-002-ZV9-006 Řeší problémy s časovými údaji v kontextu reálných situací.
- MAT-MAT-005-ZV9-017 Modeluje reálné problémy pomocí výrazů, upravuje je a vyhodnocuje.

9.4.8 Ověření v praxi

Tuto úlohu jsem realizoval s žáky 8. třídy. Nejprve jsme si společně zopakovali, co jsou to ohodnocené grafy, a poté žáci pracovali ve dvojicích na zadaném úkolu. Někteří začali tvořit grafy v programu Malování, jiní zvolili Canvu.

Zajímalo mě, jaké důvody vedly žáky k volbě konkrétního prostředí. Ti, kteří pracovali v Canvě, uvedli, že s ní mají zkušenosti z předchozích hodin a považují ji za efektivní nástroj. Žáci, kteří zvolili Malování, často říkali, že si nebyli jisti, v jakém programu pracovat, a proto zvolili „klasiku“, kterou dobře znají.

S tvorbou grafu si většina žáků poradila bez větších obtíží. Pouze jedna skupina si ze začátku nebyla jistá, jak má postupovat, ale po krátkém vysvětlení zvládla úkol dokončit. Potěšilo mě, že ostatní skupiny pracovaly samostatně a úspěšně.

V závěrečné diskusi jsme se společně zaměřili na to, jak velkým přínosem jsou dnes online mapy, a srovnávali jsme je s dřívějším plánováním tras pomocí papírových map. Diskutovali jsme, zda by se žáci v klasických mapách dokázali orientovat, a přemýšleli nad tím, kde se v praxi využívají ohodnocené grafy a jak je možné v takových grafech efektivně hledat nejkratší cesty.

9.5 Příklad č.5 – Tvorba grafiky

9.5.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají digitální nástroje, konkrétně online grafický editor, k přehledné a vizuálně atraktivní prezentaci zadaných dat ve formě koláčového grafu. V prostředí Canvy si vyzkouší, jak lze z číselných údajů jednoduše a rychle vytvořit srozumitelný vizuální výstup. Učí se, že díky digitálním nástrojům lze celý proces zefektivnit, zpřehlednit a prezentovat s profesionálním vzhledem, a navíc bez nutnosti ručního kreslení či výpočtu úhlových hodnot.

Žáci se tak učí, že digitální technologie automatizují práci s daty, usnadňují převod čísel do grafické podoby a umožňují snadno vytvářet a upravovat obsah pro konkrétní účely, ať už při prezentaci, diskusi či sdílení.

Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní digitální kompetenci: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce."*

Další rozvíjené podbody digitálních kompetencí:

- vytváří a upravuje digitální obsah, v případě potřeby je schopen jeden digitální formát doplnit či rozšířit jiným formátem,
- upravuje obsah, který vytvořil někdo jiný, s cílem přizpůsobit ho novým účelům.

9.5.2 Kontext úlohy

V matematice často pracujeme s daty, která můžeme zaznamenávat v tabulkách, analyzovat je a zároveň také vizuálně znázorňovat. Grafická reprezentace dat je důležitá pro lepší porozumění a přehlednost informací.

V této úloze si žáci vyzkouší práci s procenty, konkrétně převedení konkrétních údajů do procentuální podoby. Výsledky poté vizuálně zpracují do koláčového grafu, který vytvoří v jednoduchém online grafickém editoru Canva.

9.5.3 Zadání

Ve třídě je 25 dětí. Tonda má doma psa stejně jako 8 dalších chlapců. 7 dětí má doma kočku. Z holek má doma psa jen Natálka a Zdeňka. Křečka mají jen 3 děti. Papouška mají 2 děti. Jirka má doma hada a Matouš pavouka. Předpokládejme, že každý z dětí má doma jedno zvíře.

Vytvořte grafické znázornění získaných údajů. Konkrétně zpracujte výsledky do koláčového grafu, který přehledně zobrazí rozdělení jednotlivých druhů domácích mazlíčků ve třídě.

Každou část grafu opatřete popiskem: uveďte název zvířete a odpovídající procentuální podíl.

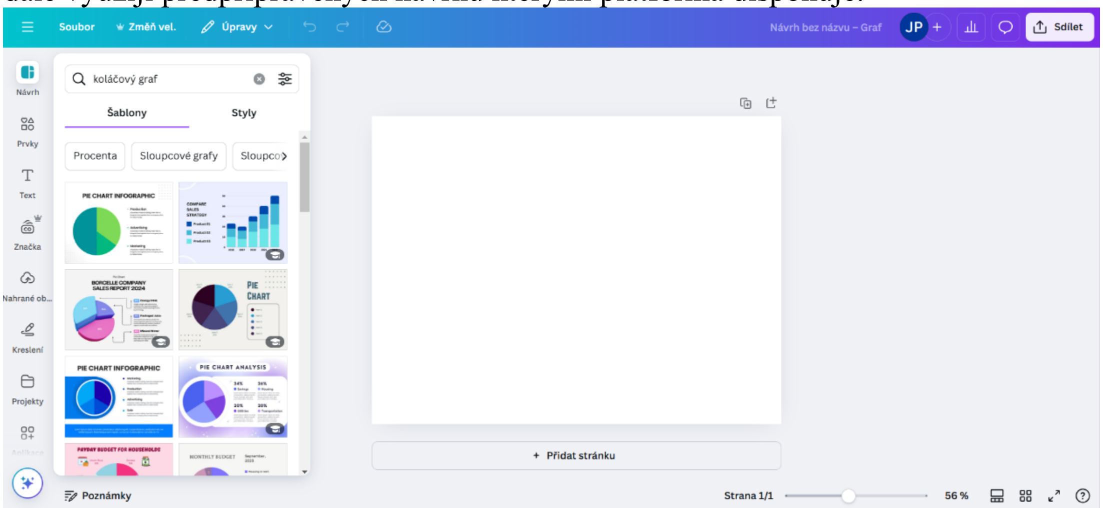
Pokud si s něčím nebudete vědět rady, zkuste si najít nápovědu online nebo se poraďte s učitelem.

9.5.4 Řešení

Celkem máme 25 dětí z toho 11 má doma psa, 7 kočku, 3 křečka, 2 papuška, 1 hada a 1 pavouka. Procentuální zastoupení je tedy: 44% pes, 28% kočka, 12% křeček, 8% papoušek, 4% had a 4% pavouk.

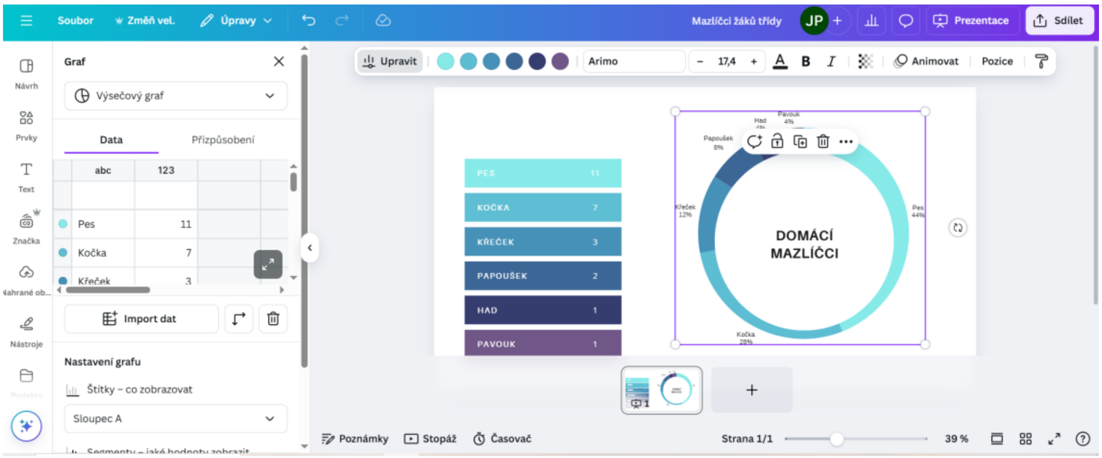
U této úlohy spíše předpokládám, že bude sloužit, aby se žáci seznámili s platformou pro grafický design. Dále zjistí že po zadání jednotlivých dat do tabulek program sám vytvoří graf včetně popisků v procentech.

Konkrétně ve výše zmíněném programu Canva žáci dají vytvořit nový projekt a dále využijí předpřipravených návrhů kterými platforma disponuje.



Obrázek č. 21: *Prostředí Canva*

Žáci dále vyberou graf, který se jim zamlouvá a následně jej upraví. Výsledek může vypadat například takto:



Obrázek č. 22: *Příklad návrhu koláčového grafu*

9.5.5 Modifikace a doporučení

U této úlohy můžeme, jakkoliv modifikovat zadání a jeho obtížnost. Zadáním může být, kterákoli úloha, která vede na grafický výstup. Výstupem mohou být i jiné grafy a grafiky.

9.5.6 Pedagogická poznámka

Doporučuji, aby si práci s Canvou každý učitel nejdříve vyzkoušel sám, aby se seznámil s daným prostředím a mohl být žákům při hodině nápomocný. Pokud žáci nepracovali ještě s Canvou je vhodné je navést, aby věděli, jak mají pracovat nicméně jim nechceme ukazovat vše krok po kroku. Chceme, aby si sami vyzkoušeli různé návrhy, snažili se pochopit, jak jednotlivé návrhy upravovat, jak s grafikou pracovat. Chceme je nechat objevovat, aby se s prostředím co nejvíce seznámili sami a jednotlivé problémy sami vyřešili.

9.5.7 Matematické výstupy

Žáci řeší slovní úlohu, kde pracují s celými čísly a procenty. Konkrétně převádí číselná data na procenta, která následně graficky prezentují a interpretují.

Konkrétně:

- MAT-MAT-001-ZV9-002 Využívá k řešení problémů celá čísla a jejich vlastnosti.
- MAT-MAT-001-ZV9-003 Využívá k řešení problémů desetinná čísla, procenta, mocniny a odmocniny v kontextu reálných situací.

- MAT-MAT-004-ZV9-011 Interpretuje a vytváří různě graficky prezentovaná data.

9.5.8 Ověření v praxi

Tato úloha byla realizována s žáky 9. třídy, přičemž každý pracoval samostatně. Zadání bylo poměrně jednoduché na zpracování a průběh řešení probíhal bez větších obtíží. Žáci si úlohu přečetli, provedli výpočty a následně je graficky znázorňovali.

Menší problém nastal pouze u samotných výpočtů. U několika žáků se objevily chyby, které pravděpodobně vznikly z nepozornosti či zbrklosti. Například někteří dopočítali, že žádného domácího mazlíčka nemá 8 % dětí, ačkoliv bylo v zadání jasně uvedeno: „Předpokládejme, že každý z dětí má doma jedno zvíře."

Tato situace opět poukázala na fakt, že slovní úlohy jsou pro žáky často obtížné, nejen kvůli samotným výpočtům, ale především kvůli čtení s porozuměním. Mnoho žáků má tendenci přeskakovat důležité části textu nebo jim nevěnovat dostatečnou pozornost, což může ovlivnit správnost jejich řešení.

9.6 Příklad č.6 – Obsah útvaru

9.6.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají digitální technologie, konkrétně 3D modelovací nástroj Tinkercad, k vizuálnímu a praktickému zkoumání geometrické problematiky. Pomocí digitálních nástrojů si vytvářejí čtvercovou síť, kterou vkládají do složitého objektu a tím simulují proces odhadování obsahu nepravidelného útvaru. Místo práce s omezeným množstvím fyzických pomůcek mají k dispozici neomezený digitální prostor a prvky, se kterými mohou volně manipulovat, kombinovat je a přizpůsobovat podle potřeby.

Tato úloha naplňuje digitální kompetenci tím, že žáci využívají digitální technologie k praktickému ověřování matematických představ, zefektivňují výpočetní a odhadovací postupy, a současně rozvíjejí schopnost vytvářet a upravovat vlastní digitální obsah. Zároveň mohou experimentovat s různými přístupy k měření, testovat přesnost výpočtů a hledat optimální řešení. To vše vede k tomu, že digitální technologie zjednodušují proces, automatizují opakované operace (např. kopírování čtverců) a zvyšují kvalitu výsledného odhadu.

Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní digitální kompetenci: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce."*

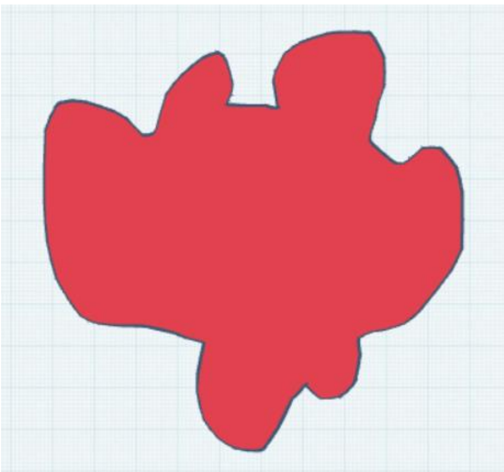
Další rozvíjené podbody digitálních kompetencí:

- využívá digitální technologie v navrženém postupu, kterým řeší vybrané problémy,
- upravuje obsah, který vytvořil někdo jiný, s cílem přizpůsobit ho novým účelům.

Z hlediska informatiky žáci pracují v 3D modelovacím prostředí, ve kterém vytvářejí a upravují digitální objekty, testují funkčnost vlastních řešení a uplatňují základní principy konstrukce, odhadu a datové reprezentace v digitálním prostředí. Rozvíjejí tak schopnost systematické práce s prostorem, strukturou a iterací.

9.6.2 Kontext úlohy

Žáky chceme naučit chápání pojmu obsah né jen jako vynásobení nějakých hodnot, ale jako plochu nějakého objektu. U pravidelných útvarů žáci často využívají vzorce (např. pro obdélník), u nepravidelných tvarů však musí použít jiný přístup. Například překrytí sítí pravidelných čtverců. Díky využití digitálního prostředí, konkrétně online 3D modelovacího nástroje Tinkercad, mohou žáci tento proces realizovat interaktivně a názorně. Žáci budou pracovat s připraveným nepravidelným útvarem (viz obrázek níže), do kterého budou vkládat čtverce různých velikostí a pomocí jejich počtu odhadovat přibližný obsah útvaru.



Obrázek č. 23: *Příklad nepravidelného útvaru*

9.6.3 Zadání

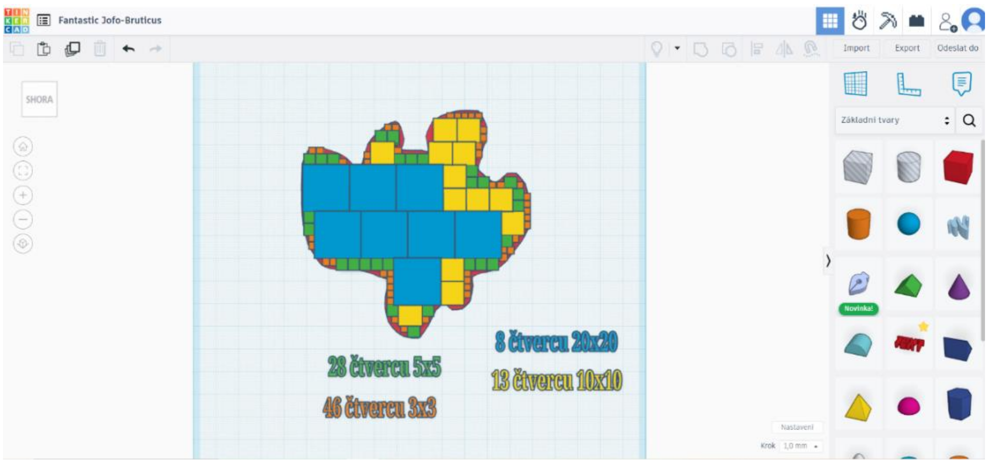
Před vámi se nachází nepravidelný útvar, jehož obsah se pokusíte určit pomocí překrytí čtvercovou sítí (Obrázek č. 23).

1. V prostředí Tinkercad si vytvořte čtverce o velikosti 20×20 mm.
2. Tyto čtverce vkládejte do útvaru tak, aby jich tam bylo co nejvíce a zároveň žádná jejich část nezasahovala mimo obrys útvaru.
3. Zaznamenejte si, kolik čtverců se vešlo.
4. Opakujte celý postup s menšími čtverci:
   - 10×10 mm
   - 5×5 mm
   - 3×3 mm
5. Vypočítejte obsah jednotlivých čtverců a pomocí jejich počtu stanovte přibližný celkový obsah útvaru v mm².

9.6.4 Řešení

Tinkercad je pro práci opravdu jednoduchý. Stačí si jen v pravém sloupci vybrat útvar který chceme vytvořit a poté klikneme na plochu a útvar se objeví. Po kliknutí na útvar na ploše můžeme měnit jeho velikost barvu apod.

Žáci si budou tvořit jednotlivé čtverce v programu a následně je kopírovat a vkládat do útvaru. Výsledek může vypadat například takto:



Obrázek č. 24: *Příklad možného řešení*

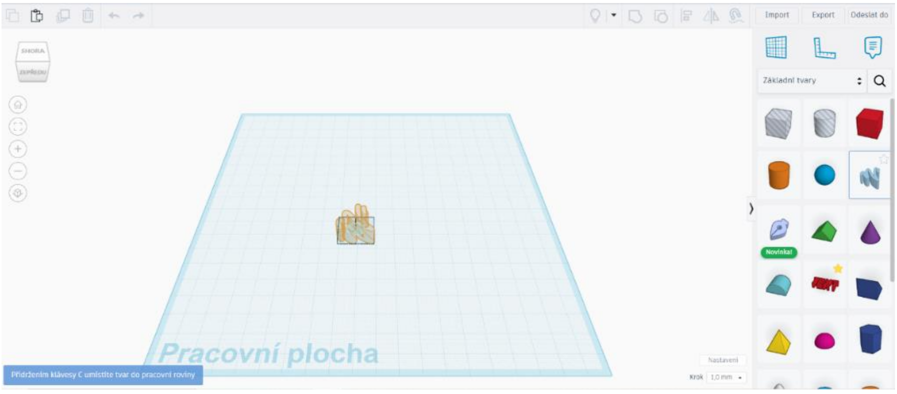
Dále by pokračoval výpočet, kdy obsahy jednotlivých čtverců jsou 400 mm², 100 mm², 25 mm² a 9 mm². Celkový obsah bychom spočítali tedy $400 * 8 + 100 *$

$13 + 25 * 28 + 9 * 46 = 5\,614\ \text{mm}^2$. Odhadovaný přibližný obsah je tedy 5614 mm².

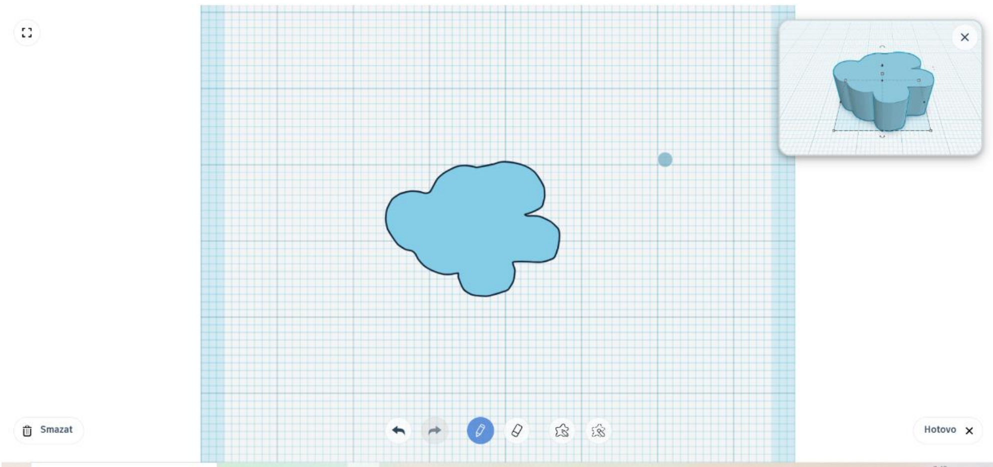
9.6.5 Modifikace a doporučení

Útvar, jehož obsah budou žáci počítat si může učitel vytvořit libovolně pomocí pravého panelu programu. Pokud zvolí konkrétní nástroj pro kreslení(obr1), přepne se do kreslícího režimu a může vytvořit nepravidelný útvar. (obr2)

Dále může učitel, žákům zadat jiné velikosti čtverců, které budou do útvaru vkládat nebo mohou žáci používat i obdélníky.



Obrázek č. 25: *Tvorba nepravidelného útvaru*



Obrázek č. 26: *Tvorba nepravidelného útvaru pokračování*

9.6.6 Pedagogická poznámka

Doporučuji, aby se učitel před zkoušením této úlohy přihlásil do prostředí Tinkercad a vše si vyzkoušel. Jak prostředí vypadá po přihlášení, jak své zadání nasdílí ostatním žákům a jak prostředí funguje. Z mé zkušenosti je Tinkercad velmi intuitivní a práce s ním je snadná. Nicméně je vhodné si vše vyzkoušet a být připraven na případné problémy. Jak jsem zmiňoval u modifikací úlohy učitel může volit různá zadání zadaného útvaru. Já osobně doporučuji, aby každý žák pracoval se stejným zadaným útvarem. Každý žák totiž vkládá čtverce do útvaru jinak, a tak je pravděpodobné, že žákům vyjdou různé obsahy útvarů, což můžeme využít k diskusi. „Proč tomu tak je?“, „Jak naše měření ještě zpřesnit?“, „Je také vhodné vést s žáky diskusi na téma vkládání čtverců?“ Čtverce jsme totiž zatím vkládali jen tak že musí vyplnit celý útvar. Co ale například když vložíme čtverec do útvaru tak že bude přesahovat například o polovinu a mi k obsahu přičteme polovinu obsahu čtverce?

9.6.7 Výstupy z matematiky

Žáci v úloze pracují s obsahem nepravidelných a pravidelných těles. Konkrétně využívají pravidelná tělesa a počítání jejich obsahů za účelem odhadnout obsah nepravidelného tělesa. Využívají tedy vlastnosti konkrétních geometrických útvarů k řešení reálného problému.

Konkrétně:

- MAT-MAT-001-ZV9-002 Využívá k řešení problémů celá čísla a jejich vlastnosti.
- MAT-MAT-002-ZV9-004 Využívá k odhadu, měření a porovnávání nestandardní a standardní jednotky délky, obsahu a objemu.
- MAT-MAT-002-ZV9-005 Využívá metrické vlastnosti útvarů k řešení problému v kontextu reálných situací.
- MAT-MAT-003-ZV9-007 Rozpozná geometrické útvary a využívá jejich vlastnosti k řešení problémů.

9.6.8 Ověření v praxi

Tuto úlohu jsem realizoval s žáky 8. třídy, přičemž každý pracoval samostatně. Z pohledu učitele byla úloha poměrně náročná na organizaci, a to zejména kvůli velkým rozdílům v tempu práce jednotlivých žáků.

Někteří z nich velmi rychle pochopili, že v programu lze kromě čtverců tvořit i obdélníky a že je možné si na objekt promítnout čtvercovou síť, což jim práci výrazně usnadnilo. Jiní žáci naopak potřebovali více času, delší dobu přemýšleli nad postupem, teprve poté začali tvořit a počítat.

Pro rychlejší žáky bylo obtížné najít další smysluplnou aktivitu, zatímco pomalejší potřebovali více času na zorientování se a dokončení úkolu. Na základě závěrečné diskuse jsem přesvědčen, že žáci dobře pochopili princip čtvercové sítě a její přínos při odhadování obsahu, což považuji za důležitý výsledek této aktivity.

Do budoucna by bylo vhodné připravit modifikované varianty zadání, které by více motivovaly žáky k práci a současně nabídly rozšíření pro ty, kteří pracují rychleji. Nabízí se například vytvořit v programu model domu s nepravidelným půdorysem, k němu přidat bazén a nechat žáky zjišťovat obsah stěn, podlahy nebo objem bazénu podobnou metodou. Taková varianta by nejen zvýšila zapojení žáků, ale zároveň přiblížila matematiku reálnému světu.

9.7 Příklad č.7 – Trojúhelníková nerovnost

9.7.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají program s interaktivní geometrií (GeoGebra), který jim umožňuje prakticky zkoumat trojúhelníkovou nerovnost pomocí dynamické manipulace s body a stranami trojúhelníku. Místo tradičního rýsování na papír, které je zdlouhavé a méně flexibilní, jim digitální technologie poskytují možnost rychlého zkoušení různých situací, přímého pozorování změn a následného vyvození závěrů.

Díky použití algebraického okna mohou žáci sledovat změny délek stran v reálném čase a automatizovaně ověřovat platnost matematických vztahů, což vede k hlubšímu pochopení pojmu. Usnadnění práce, zrychlení výpočtů a možnost přehledné vizualizace matematických situací jsou klíčovými přínosy této digitální aktivity.

Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní digitální kompetenci: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce.“*

Další rozvíjené podbody digitálních kompetencí:

- využívá digitální technologie v navrženém postupu, kterým řeší vybrané problémy,
- vytváří a upravuje digitální obsah, v případě potřeby je schopen jeden digitální formát doplnit či rozšířit jiným formátem,
- vyhledává potřebné informace z různých digitálních zdrojů na základě vlastních kritérií.

9.7.2 Kontext úlohy

Trojúhelníková nerovnost je matematické pravidlo, které říká, že součet délek libovolných dvou stran trojúhelníku je vždy větší než délka strany třetí. Pro trojúhelník se stranami a, b, c tedy platí:

- $a + b > c$
- $a + c > b$
- $b + c > a$

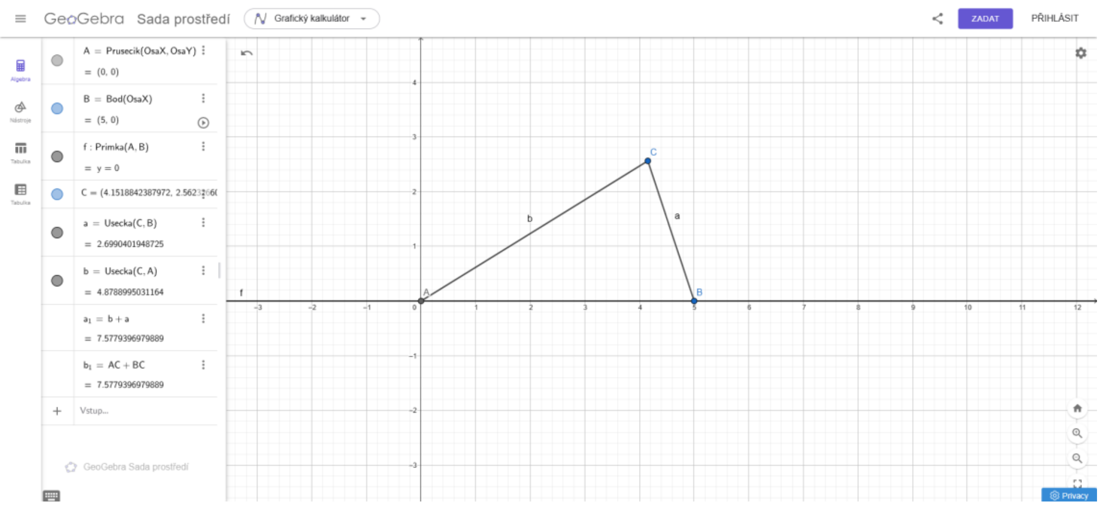
Toto pravidlo je pro žáky často abstraktní a chápou ho pouze jako „nějaký fakt“, který si mají zapamatovat. Práce v prostředí interaktivní geometrie (např. GeoGebra) jim však umožní si vlastnosti trojúhelníků sami ověřit, zkoušet různé situace a aktivně porozumět významu této nerovnosti.

9.7.3 Zadání

1. Vyhledejte na internetu, co je to trojúhelníková nerovnost a pokuste se ji vlastními slovy vysvětlit.
2. Otevřete si program GeoGebra a proveďte následující konstrukci:
   - Sestrojte přímku *p* a na ní dva body *A* a *B*, tak aby platilo: |AB| = 5 cm.
   - Sestrojte bod *C*, který leží mimo přímku p, a následně vytvořte trojúhelník *ABC*.
   - V algebraickém okně GeoGebry vytvořte výraz, který bude automaticky počítat součet délek stran AC a BC.
3. Pohybujte bodem C a sledujte, jak se mění součet délek stran AC a BC. Porovnávejte tento součet s délkou strany AB.
4. Zaměřte se na speciální případy:
   - Co se stane, když je bod C přímo na úsečce AB?
   - Co když leží mimo úsečku AB, ale stále na přímce p?
5. Zapište své pozorování. Platí trojúhelníková nerovnost ve všech případech? V jakých případech trojúhelník nevznikne a proč?

9.7.4 Řešení

Doporučuji sestrojit trojúhelník pomocí postupu v zadání. Zajistíme tak, aby žáci měli konstrukci trojúhelníku, ve kterém půjde pohybovat bodem C, případně i B. Problémem pro žáky by mohlo být, jak sestrojit (kde jej vytvořit) vzorec pro součet stran. Použijeme algebraické okno, kde napíšeme, že chceme sečíst jednotlivé strany: AC + BC nebo a + b. (Obrázek č. 27).



Obrázek č. 27: *Příklad trojúhelníku dle zadání*

Je důležité mít na paměti, že žáci tímto stylem ověřují platnost trojúhelníkové nerovnosti jen pro jednu stranu. Konkrétně nám nastanou dvě speciální situace.

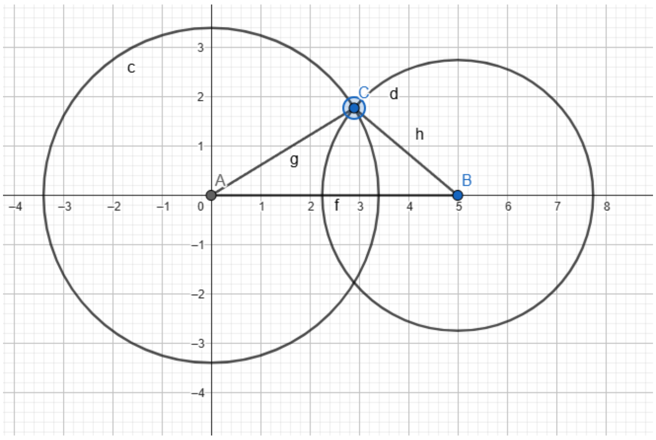
Součet stran AC a BC bude roven straně AB. Žáci by si měli všimnout, že je to za předpokladu, kdy bod C umístím na úsečku AB. Následně pokud pohnu bodem C „lehce“ nahoru/dolů zvětším délku stran AC a BC a žáci názorně vidí, že vznikne trojúhelník jen pokud je součet stran AC a BC větší než strana AB.

Druhou možnou situací je, že žáci umístí bod C na přímku p mimo úsečku AB. V tomto případě bude součet stran AC a BC větší než strana AB, v tomto okamžiku je důležité, je nechat žáky přemýšlet a zdůraznit, že tato nerovnost musí platit pro všechny strany a v našem konkrétním případu bude součet stran AB a AC/BC = AC/BC.

9.7.5 Modifikace a doporučení

Úlohu můžeme aplikovat na jakýkoliv trojúhelník, který učitel zadá. Pokud žáci už práci s GeoGebrou znají, můžeme trojúhelník zadávat bez postupu k sestrojení. Například sestrojte libovolný trojúhelník ABC tak aby s body B a C šlo hýbat.

Dále mohou žáci sestrojují trojúhelník pomocí kružnic, na kterých můžeme také vlastnosti pozorovat, konkrétně kde se nám na základně trojúhelníku protnou apod. (Obrázek č. 22)



Obrázek č. 28: *Sestrojení pomocí kružnic*

9.7.6 Pedagogická poznámka

V úloze ze začátku ověřujeme trojúhelníkovou nerovnost jen z jedné třetiny, konkrétně ověřujeme jen jestli je součet stran AC a BC větší než AB. Jak jsem již zmiňoval v řešení měli bychom se při pohybováním bodě C dostat na případ, kdy musíme rovnost ověřovat i pro ostatní strany. Je tomu tak vždy? Nejde nějak vymyslet, že bych si zvolil jednu stranu a pro ni nerovnost ověřil a věděl bych, že se jedná o trojúhelník? Tuto větu bych řekl žákům ať se nad ní zamyslí a zkusil bych vyvolat diskusi. Snažil bych se dojít k závěru, že každý trojúhelník má 3 strany z nichž jedna strana je ta nejdelší (vyjma rovnostranného a rovnoramenného trojúhelníku). Pokud je tedy nějaká strana nejdelší tak ať ji sečtu s jakoukoliv ze dvou zbývajících, bezpečně vím že bude delší než třetí strana. Jediné, co nevím a musím ověřit je, zda součet dvou menších stran je větší než součet té největší.

U rovnostranného trojúhelníku jsou všechny strany stejně dlouhé, tedy pokud kterékoli dvě strany sečtu musí být větší než ta třetí.

U rovnoramenného trojúhelníku jsou 2 strany stejně dlouhé, pokud jedné z těchto stran přičtu stranu třetí opět bezpečně vím, že je větší. Musím tedy vždy jen ověřit, zda součet dvou stejných stran je větší než součet strany s jinou velikostí.

9.7.7 Výstupy z matematiky

Žáci vytváří grafické znázornění trojúhelníků za účelem pochopení trojúhelníkové nerovnosti. Rozpoznávají jednotlivé grafické útvary, které jim v programu interaktivní geometrie vznikají, sledují jejich vlastnosti a snaží se pomocí nich hlouběji pochopit danou problematiku. Popisují jednotlivou polohu objektů v prostoru. Vyhledávají prvky, které splňují dané vlastnosti.

Konkrétně:

- MAT-MAT-001-ZV9-002 Využívá k řešení problémů celá čísla a jejich vlastnosti.
- MAT-MAT-003-ZV9-007 Rozpozná geometrické útvary a využívá jejich vlastnosti k řešení problémů.
- MAT-MAT-003-ZV9-010 Popíše polohu objektů v rovině a v prostoru.
- MAT-MAT-004-ZV9-014 Vyhledá všechny prvky nebo skupiny prvků, které splňují dané podmínky.

9.7.8 Ověření v praxi

Tuto úlohu jsem realizoval s žáky 8. třídy, kteří již znali trojúhelníkovou nerovnost. Byli schopni správně formulovat její znění a vysvětlit, k čemu se v matematice používá.

Při samotné konstrukci trojúhelníku žáci nenaráželi na větší obtíže, stejně tak ani při práci s algebraickým okénkem, kam zapisovali vzorec pro součet stran. Původně jsem očekával, že s touto částí budou potřebovat více podpory, nicméně tito konkrétní žáci již s programem GeoGebra pracovali a ovládali ho poměrně jistě.

Velmi pozitivní byla jejich samostatná práce, bylo vidět, že je experimentování s útvarem baví, a dobře dokázali popsat různé situace, které během manipulace s trojúhelníkem nastávaly. V závěrečné diskusi pak žáci potvrdili, že jim GeoGebra pomohla lépe pochopit princip trojúhelníkové nerovnosti díky možnosti vše si názorně a interaktivně vyzkoušet. Zaujala je také diskuse o tom, že při ověřování trojúhelníkové nerovnosti často stačí zkontrolovat součet dvou kratších stran oproti té nejdelší, což si sami neuvědomovali.

9.8 Příklad č.4 – Rozdělení úsečky na stejné díly

9.8.1 Digitální kompetence

V této úloze žáci využívají interaktivní geometrický software (GeoGebra) ke grafickému rozdělení úseček na stejné části. Zatímco tradiční rýsování by bylo časově náročné a méně přesné, použití digitální technologie umožňuje rychlejší manipulaci, experimentování a okamžitou zpětnou vazbu, např. v podobě přesně označených bodů nebo měření délek.

Díky digitálním nástrojům žáci automatizují rutinní kroky, jako je opakované rozdělení úseček, a mohou se soustředit na pochopení principu rozdělení pomocí podobnosti nebo jiných geometrických vztahů. V případě potřeby aktivně vyhledávají online návody a inspirace, čímž posilují svou digitální soběstačnost a schopnost efektivního učení skrze technologie.

Tímto způsobem úloha naplňuje hlavní digitální kompetenci: *„Žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce."*

Další digitální kompetence, které úloha podporuje:

- využívá digitální technologie v navrženém postupu, kterým řeší vybrané problémy,
- vytváří a upravuje digitální obsah, případně kombinuje různé formáty,
- vyhledává a kriticky posuzuje digitální informace na základě vlastních kritérií.

9.8.2 Kontext úlohy

V této úloze si žáci prakticky vyzkouší, jak lze rozdělit úsečku na stejný počet částí pomocí geometrické konstrukce. K tomu využijeme princip podobnosti trojúhelníků, který nám umožňuje vytvořit rovnoměrné rozdělení i bez přímého měření.

Doporučujeme začít s úsečkami o délce 1 cm nebo 1 dm, protože je pak snadné odvodit a porovnat délku jednotlivých dílčích částí. Zároveň si žáci intuitivně uvědomí výhody desítkové soustavy a převodů jednotek, např. že 1 cm = 10 mm, což je praktické při dělení na 10 rovných částí.

9.8.3 Zadání

1. Vytvořte 9 úseček, každou o délce 1 cm.
2. Rozdělte každou úsečku na stejně velké části takto:
    - První úsečku rozdělte na 2 části,
    - druhou na 3 části,
    - třetí na 4 části,
    - ...
    - poslední (devátou) na 10 částí.

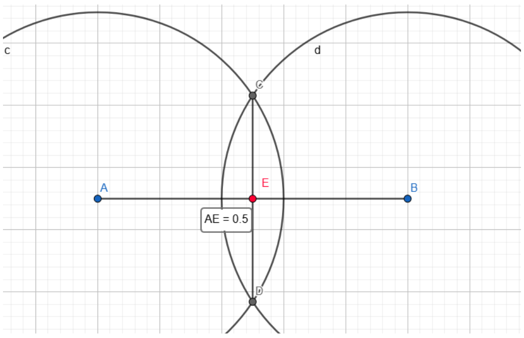
3. U každé úsečky zobrazte i délku jedné její části. Například pomocí popisku nebo přímého označení.
4. Pokud si nebudete vědět rady, vyhledejte vhodnou metodu na internetu. Zkuste například hledat: „rozdělení úsečky na stejné části pomocí konstrukce“.

Doporučení:

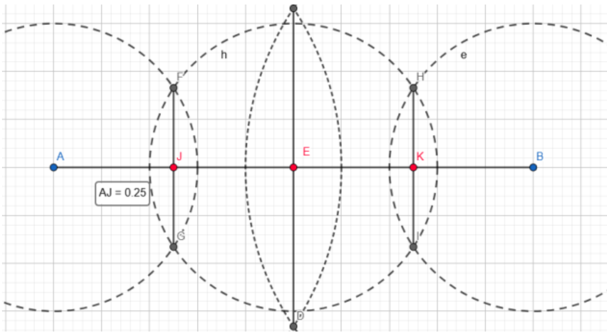
Nejprve zkuste, zda dokážete úsečku rozdělit pomocí základních konstrukcí (např. kružnice, osa úsečky apod.). Poté můžete zkusit pokročilejší metodu s pomocnou přímkou a rovnoběžkami, která se využívá právě v souvislosti s podobností.

9.8.4 Řešení

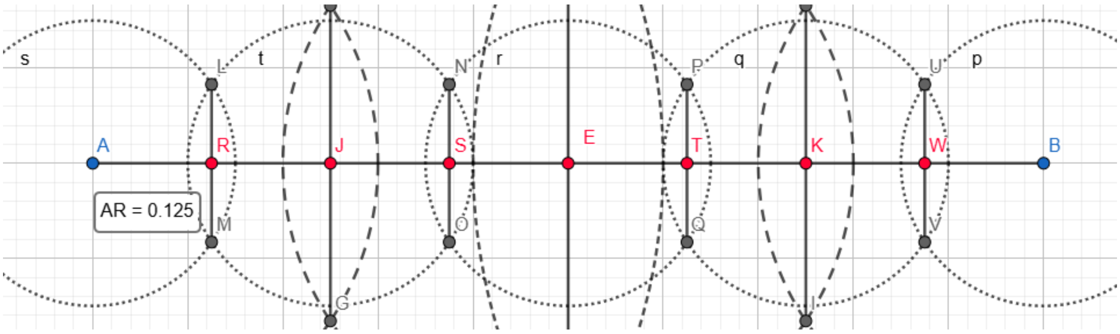
U této úlohy by většina žáků měla zvládnout rozdělení úsečky na polovinu pomocí dvou kružnic (hledají střed úsečky). Následně by obdobnou cestou měli zvládnout rozdělení na 4, 8 stejných částí. (Obrázek č. 30,31).



Obrázek č. 29: *Rozdělení úsečky na poloviny*

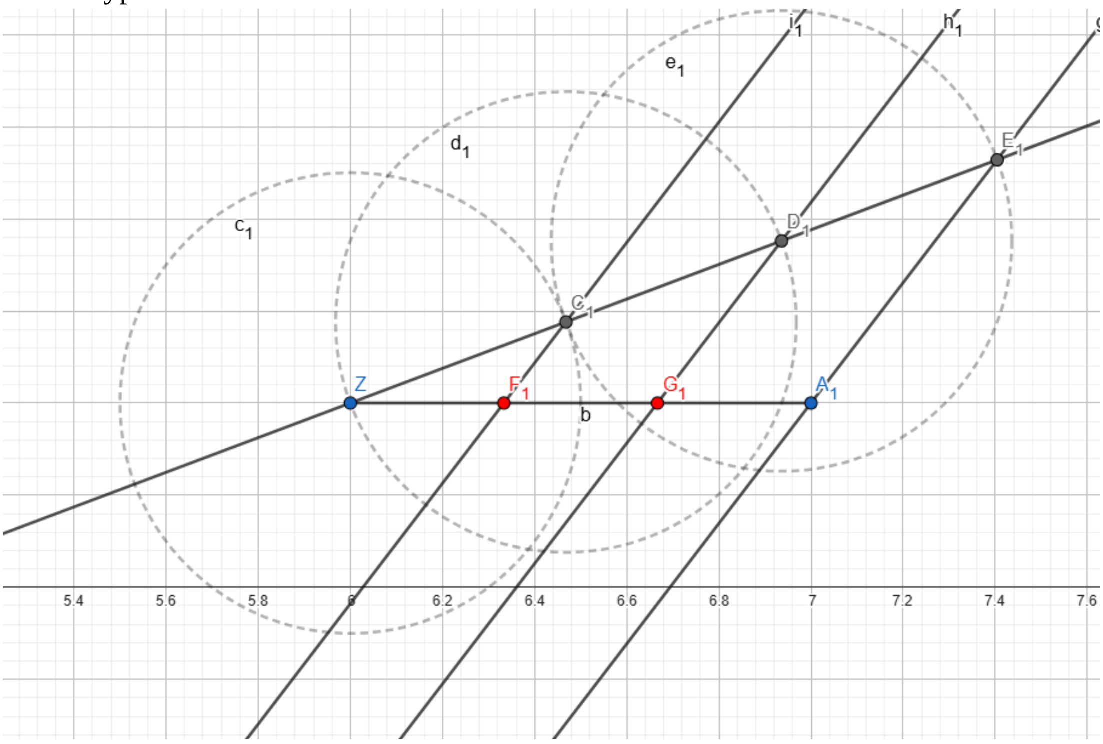


Obrázek č. 30: *Rozdělení úsečky na čtvrtiny*



Obrázek č. 31: *Rozdělení úsečky na osminy*

Problematické by pro žáky mělo být rozdělení na 3, 5, 6, 7, 9 částí. Chceme, aby se pokusili najít řešení tohoto problému na internetu, pokud jej sami nevymyslí. Žáci by měli nalézt řešení, kdy využijeme pomocnou přímku kterou rozdělíme na stejné části pomocí kružnic a následně za využití podobnosti pomocí rovnoběžek rozdělíme i původní úsečku na stejné části. Konkrétně pro rozdělení úsečky na 3 části by výsledek mohl vypadat takto:



Obrázek č. 32: *Rozdělení úsečky na třetiny*

Rozdělení na 3 stejné části je velmi důležité protože početně jej vyznačit nedokážeme kvůli nekonečnému desetinnému rozvoji nicméně graficky jej znázornit lze (Obrázek č. 32) Obdobně budou žáci pracovat u dalších rozdělení.

9.8.5 Modifikace a doporučení

Aby se žáci nejdříve zamysleli nad rozdělením úsečky na stejné části a ihned nehledali na internetu můžeme na začátku třeba uvést ať se pokusí rozdělit úsečky na stejné části za pomoci euklidovských konstrukcí (rovnoběžky nepatří do euklidovských konstrukcí), nebo můžeme později vznést na toto téma diskusi kdo jak pracoval, jestli ihned hledali na internetu nebo si uvědomili, že rozdělit úsečku na poloviny umí apod. Není taky nezbytně nutné dělit úsečku na všechny výše zmíněné části ale například na 2,4 stejné části a následně na 3.

9.8.6 Pedagogická poznámka

Osobně si myslím, že je vhodné do této úlohy vložit i téma euklidovských konstrukcí, aby si žáci uvědomili, jak složité mohlo být rozdělení nějakého úseku například na 3 stejné části. Dále je možné že žáci při hledání rozdělení narazili i na rozdělení úsečky v určitém poměru. Myslím si, že je vhodné, aby učitel na závěr hodiny uvedl nějaký příklad na toto téma.

9.8.7 Výstupy z matematiky

Žáci vytváří grafické znázornění úseček za účelem rozdělení jednotlivých úseček na stejné části. Rozpoznávají jednotlivé grafické útvary, které jim v programu interaktivní geometrie pomáhají vytvořit řešení daného problému a pracují s metrickými vlastnostmi těchto útvarů. Vyhledávají množinu bodů, které splňují dané vlastnosti.

Konkrétně:

MAT-MAT-002-ZV9-005 Využívá metrické vlastnosti útvarů k řešení problému v kontextu reálných situací.

MAT-MAT-003-ZV9-007 Rozpozná geometrické útvary a využívá jejich vlastnosti k řešení problémů.

MAT-MAT-003-ZV9-009 Konstruuje množiny bodů daných vlastností.

MAT-MAT-005-ZV9-016 Řeší reálné problémy pomocí poměru, úměry a procent.

9.8.8 Ověření v praxi

Tuto úlohu jsem realizoval s žáky 9. třídy, přičemž jsem lehce upravil původní zadání. Žáci měli nejprve rozdělit úsečku na 2 a 4 stejné díly a následně se pokusit o rozdělení na 3 stejné části. Jak jsem očekával, většina z nich si s touto částí rady nevěděla, a proto dostali možnost hledat postup na internetu. Díky tomu všichni zvládli najít a použít vhodný způsob rozdělení úsečky pomocí pomocné přímky a rovnoběžek.

Rychlejším žákům jsem postupně zadával další výzvy. Například rozdělení úsečky na 5, 6 nebo více stejných dílů. Zajímavý moment nastal, když jsem žákům zadal úlohu na rozdělení úsečky v poměru 2:3. Očekával jsem, že si většina rychle uvědomí, že jde o obdobný princip jako v předchozích úlohách. Přesto se většina rozhodla opět hledat řešení na internetu a byla překvapená, že jde skutečně o stejný konstrukční postup.

V závěrečné diskusi jsme se věnovali nejen rozdělování úseček a konstrukcím v poměru, ale také otázkám převodu jednotek, a zejména praktickým výhodám desítkové soustavy. Žáci si tak lépe uvědomili, proč je například rozdělení úsečky na 10 částí tak výhodné ve vztahu k převodům mezi jednotkami délky.